

Условие

Алгоритм вычисления значения функции $F(n)$, где $n \in \mathbb{N}$, задан следующими соотношениями:

$$F(n) = n!, \text{ если } n \geq 5000,$$

$$F(n) = 2 \cdot F(n + 1) / (n + 1), \text{ если } 1 \leq n \leq 5000.$$

Чему равно значение выражения $1000 \cdot F(7) / F(4)$?

Примечание. Факториал числа n , который обозначается как $n!$, вычисляется по формуле $n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n$.

Решение

Сразу видим, что данная рекурсивная функция вычисляться «в лоб» на компьютере не будет, даже на python, где целое число может иметь большую длину.

Рассмотрим $n = 4999$

В этом случае функция будет вычисляться так:

$$F(4999) = 2 \cdot \frac{F(5000)}{5000}$$

Мы помним, что $F(5000) = 5000!$

$$\text{Поэтому } F(4999) = 2 \cdot \frac{5000!}{5000}$$

Теперь пусть $n=4998$

$$F(4998) = 2 \cdot \frac{F(4999)}{4999} = 2 \cdot \frac{2 \cdot \frac{5000!}{5000}}{4999} = 2 \cdot \frac{2 \cdot \frac{5000!}{4999 \cdot 5000}}$$

Теперь пусть $n=4997$

$$F(4997) = 2^3 \cdot \frac{5000!}{4998 \cdot 4999 \cdot 5000}$$

Можем вывести теперь формулу для произвольного $n < 5000$.

$$F(n) = 2^{5000-n} n!$$

Теперь можем посчитать ответ:

$$1000 \cdot F(7) / F(4) = 1000 \cdot \frac{2^{5000-7} 7!}{2^{5000-4} 4!} = 1000 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7 / 8 = 26250$$

From:

<http://lidarbackup.dvo.ru/dokuwiki/> - **Записки репетитора**

Permanent link:

http://lidarbackup.dvo.ru/dokuwiki/doku.php/ege_inf:task16:ex1



Last update: **2023/03/02 11:36**