

Вот еще одно интересное неравенство, пугает своей громоздкостью.

$$\log_2((6^{-x^2-3})(6^{-x^2+16}-1)) + \log_2 \frac{6^{-x^2-3}}{6^{-x^2+16}-1} > \log_2(6^{7-x^2}-2)^2$$

Решение:

Сделаем замену переменной. Пусть $t=6^{-x^2}$, при этом $0 < t \leq 1$. Значит выражение $(t-3)$ будет отрицательным для любых x .

$$\log_2((t-3)(6^{16}t-1)) + \log_2 \frac{t-3}{6^{16}t-1} > \log_2(6^{7t-2})^2$$

Так как под знаком логарифма должно стоять положительное число, второй множитель $(6^{16}t-1)$ тоже должен быть меньше нуля.

$$6^{16}t-1 < 0$$

Получим, что $0 < t < \frac{1}{6^{16}}$. Из второго выражения получим, что $6^{7t-2} < 0$

Разворачиваем логарифм произведения и логарифм частного по соответствующим формулам и получаем:

$$\left\{ \begin{aligned} \log_2(t-3)^2 > \log_2(6^{7t-2})^2 \\ 0 < t < \frac{1}{6^{16}} \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} |t-3| > |6^{7t-2}| \\ 0 < t < \frac{1}{6^{16}} \end{aligned} \right.$$

Поскольку $t < 6^{-16}$, то обе части неравенства будут отрицательны и раскрывать модуль будем со знаком (-)

$$\left\{ \begin{aligned} 3-t > 2 \cdot 6^{7t} \\ 0 < t < \frac{1}{6^{16}} \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} t > -\frac{1}{6^{7-1}} \\ 0 < t < \frac{1}{6^{16}} \end{aligned} \right.$$

В итоге получаем, что $0 < t < 6^{-16}$.

Возвращаем замену и получаем:

$$6^{-x^2} < 6^{-16}$$

$$x^2 > 16$$

$$|x| > 4$$

$$x < -4 \cup x > 4$$

Ответ: $x \in (-\infty; -4) \cup (4; \infty)$

From:

<http://lidarbackup.dvo.ru/dokuwiki/> - **Записки репетитора**

Permanent link:

http://lidarbackup.dvo.ru/dokuwiki/doku.php/ege_mathpro:task14:sol3



Last update: **2023/02/28 14:19**